

Работа №1

1. Доказать методом математической индукции

а $(n+1)(n+2)\dots(n+n) = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)$

б $(7^n + 3n - 1) \div 9$

в $2^n > 10n^3 + 1$ ($n \geq n_0, n_0 = ?$)

2. а $(3-2x)^5 = ?$

б $(1+2x-3x^2)^6$ найти коэффициент при x^4

3. Решить неравенство

$$\left| -\frac{3}{x-2} \right| < \left| \frac{6}{x^2-3x+9} \right|$$

Работа №2

1. Фундаментальна ли последовательность

$$x_n = \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+2} + \dots + \frac{1}{2^n+n}?$$

2. Является ли последовательность

$$x_n = \frac{2n^3-1}{3^n} \cdot \cos\left(\frac{1}{n+1}\right)$$

бесконечно малой?

3. Является ли последовательность

$$x_n = 2^n \left(1 + \sin \frac{n\pi}{2}\right)$$

- 1) ограниченной;
- 2) бесконечно большой

4. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x}$$

5. Вычислить

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \sqrt[n]{n^3} - 5 \sqrt[n]{n^2} + \sqrt[n]{n} + 1}{4 \sqrt[n]{n^3} - \sqrt[n]{n} - 3}$$

6. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos 4x} - \sqrt[4]{\cos 5x}}{1 - \cos 3x}$$

7. Записать по определению и привести примеры

$$f(x) \rightarrow b + 0 \text{ при } x \rightarrow +\infty$$

Работа №2 (Переписка)

1. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(2x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{\cos x}\right)$$

2. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

3. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\sec \frac{\pi x}{2}}$$

4. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-2x} - \sqrt[5]{1+x}}{\sqrt[5]{1+x} - \sqrt{1-5x}}$$

5. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}} (\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 - 1})$$

6. Записать по определению и привести примеры

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ при } x \rightarrow +\infty$$

Работа №3

1. • $y = \ln \left(\sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{x}{3} + \arccos \frac{1}{x}} + (\cos^2 x)^x \right)$

• $y = \sqrt[x^2]{\frac{x \sin(x^2 - x + \frac{1}{x})}{\operatorname{arctg}(2x) - \arcsin(2^x)}}$

2.
$$\begin{cases} x = \frac{e^t}{1-t} \\ y = e^t(1-t) \end{cases} \quad y'''_{x^3} = ?$$

3. $x^3 y + \arcsin(y - x) = 1 \quad y''_{x^2} = ?$

4. Найти предел по методу Лопиталья

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right)^x$

Ответ: $e^{-\frac{\pi}{2}}$.

• $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

Ответ: $e^{-\frac{1}{2}}$.

5. Найти предел по методу Тейлора

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^{2x} + \ln(1-x^2)}{x \cos x - \sin x}$

Ответ: -6 .

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x \cos x - \sqrt{1+2x}}{\ln(1+x) - x}$

Ответ: -1 .

6. Найти α, β 1) непрерывна 2) всюду дифференцируема
$$\begin{cases} (x + \alpha)e^{-\beta x}, & x < 0 \\ \alpha x^2 + \beta x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$